III. HÖHERE ABLEITUNGEN EINER FUNKTION

1. Höhere Ableitungen

Formal lässt sich auch die Ableitung von $f'(x)$ bilden. Sie wird als zweite Ableitung $f''(x)$ bezeichnet. Entsprechend kann man auch noch höhere Ableitungen bilden.

Beispiel: $f(x) = x^3 + 5x^2 - 6x + 7$

Erste Ableitung: $f'(x) = 3x^2 + 10x - 6$

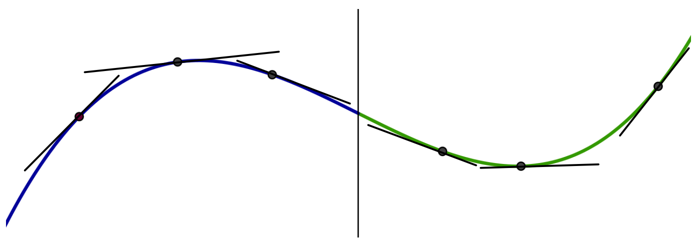
Zweite Ableitung: $f''(x) = 6x + 10x$

Dritte Ableitung: $f'''(x) = 6$ ...

2. Geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung

Ebenso, wie $f'(x)$ das Monotonieverhalten von f in einem Intervall I beschreibt, beschreibt $f''(x)$ das Monotonieverhalten von $f'(x)$, d.h. der Tangentensteigung von f.

- $f''(x) > 0$ bedeutet, dass $f'(x)$ und damit die **Tangentensteigung** von f **zunimmt**. Der **Graph von f wird steiler**. Man sagt: f ist **links gekrümmt**.
- $f''(x) < 0$ bedeutet, dass $f'(x)$ und damit die **Tangentensteigung** von f **abnimmt**. Der **Graph von f wird flacher**. Man sagt: f ist **rechts gekrümmt**.
- Die **Nahtstelle** zweier unterschiedlicher Krümmungsbereiche nennt man **Wendestelle**. $f''(x)$ muss dort eine **Nullstelle mit VZW** haben.



Tangentensteigung **nimmt ab**.	Tangentensteigung **nimmt zu**.
$f'(x)$ wird kleiner.	$f'(x)$ wird größer.
$f''(x) < 0$.	$f''(x) > 0$.
G_f ist **rechts gekrümmt**.	G_f ist **links gekrümmt**.

WEP
(minimale Steigung)

Aus dem Wert der 2. Ableitungsfunktion lässt sich der Krümmungsradius eines Kreises berechnen, der sich an den Graph anschmiegt. Je größer $f''(x_0)$, desto kleiner ist sein Radius. Der Mittelpunkt des Krümmungskreises liegt auf der Normalen (= Lot auf die Tangente) durch den Berührpunkt $P(x_0|f(x_0))$ der Tangente.

Sein Radius r beträgt: $r = \left| \dfrac{\sqrt[3]{1+(f'(x_0))^2}}{f''(x_0)} \right|$